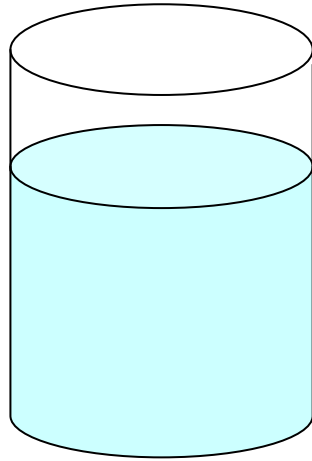
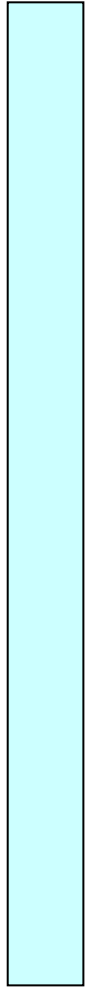


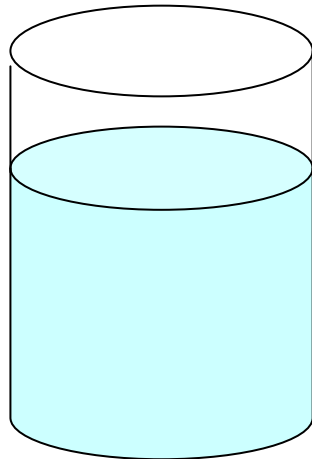
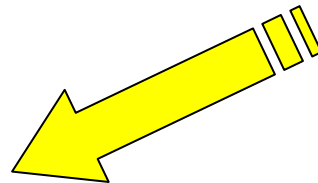
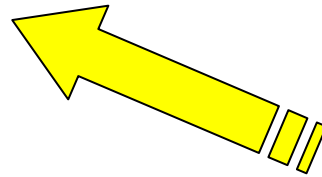
„Mezní“ pojmy - úroveň 2 až 3 - I

- **Funkční závislosti**
 - v přírodě všechno závisí na čase a většinou i na poloze v prostoru
- **Příroda nás informuje o změnách**
 - příroda nepředkládá své zákony v „hotovém“ tvaru, ale ve formě zákonitostí týkajících se změn
- **Základní zákony týkající se změn jsou lineární**
 - rozpad radioaktivních jader
 - absorpce rentgenového záření v látce
- **Kdo všechno potřebuje znát tyto zákony?**
 - fyzikové, chemikové, lékaři a zdravotnický personál, ...

Batesonův pokus se žábou



rychlé zahřívání nádoby s vodou a žábou:
žába změnu pozná a vyskočí



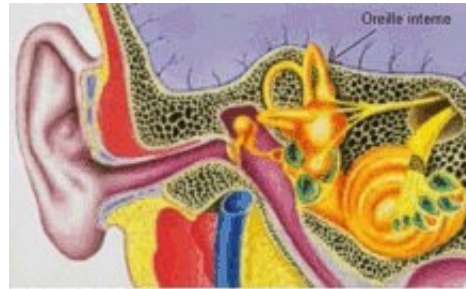
pomalé zahřívání nádoby s vodou a žábou:
žába změnu nepozná a uvaří se



Co jsou to funkce ?

Reálná funkce jedné reálné proměnné

podnět – zvuková vlna



odezva – do mozku (vjem)



nezávisle proměnná
(x ... intenzita zvuku)



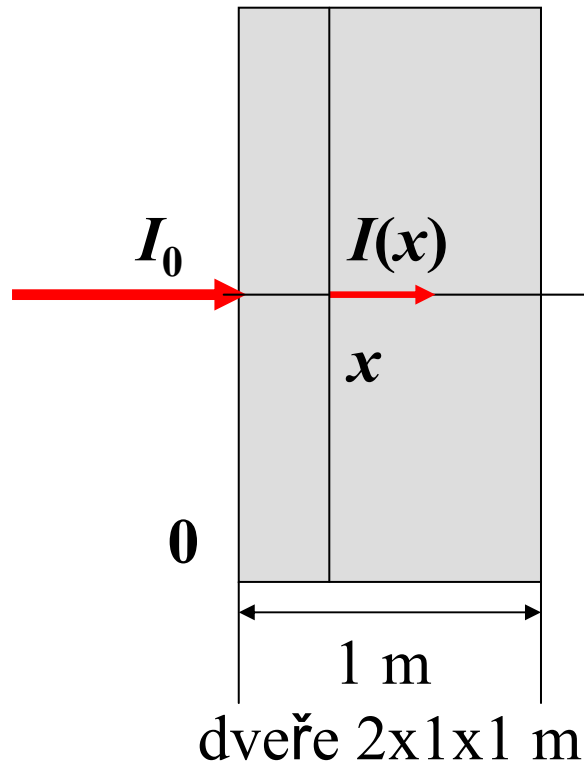
funkční předpis
 f

závisle proměnná
(y ... hlasitost, $y = f(x)$)



$$y = f(x), \quad x = \frac{I}{I_0}, \quad y = L, \quad L = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

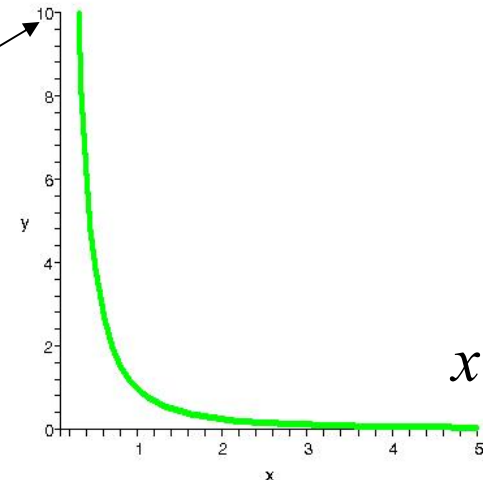
Jak by mělo vypadat tlumení intenzity „se čtvercem tloušťky“ ?



Pb, $\rho = 11\,800 \text{ kg m}^{-3}$
 $m = 23,6 \text{ t}$

$$I(x) = 10 I_0$$

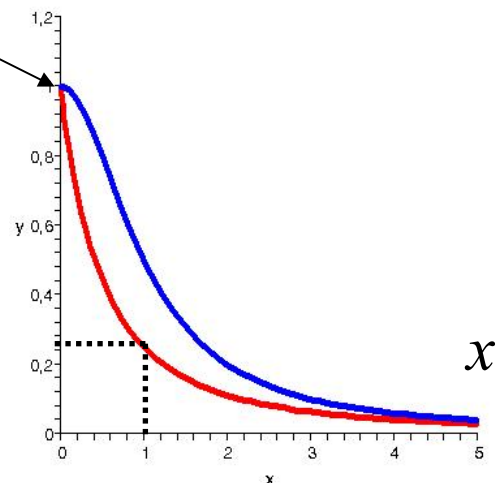
$$I(x) = K \frac{I_0}{x^2}$$



$$I(x) = I_0$$

$$I(x) = \frac{I_0}{(1+x)^2}$$

$$I(x) = \frac{I_0}{1+x^2}$$



A co teprve zástěra ?

Vsuvka – funkce několika proměnných – III

skutečný rentgenový počítačový tomogram



tomogram břišní
dutiny

místo barvy jsou
hodnoty hustoty
odstupňovány
odstíny šedi

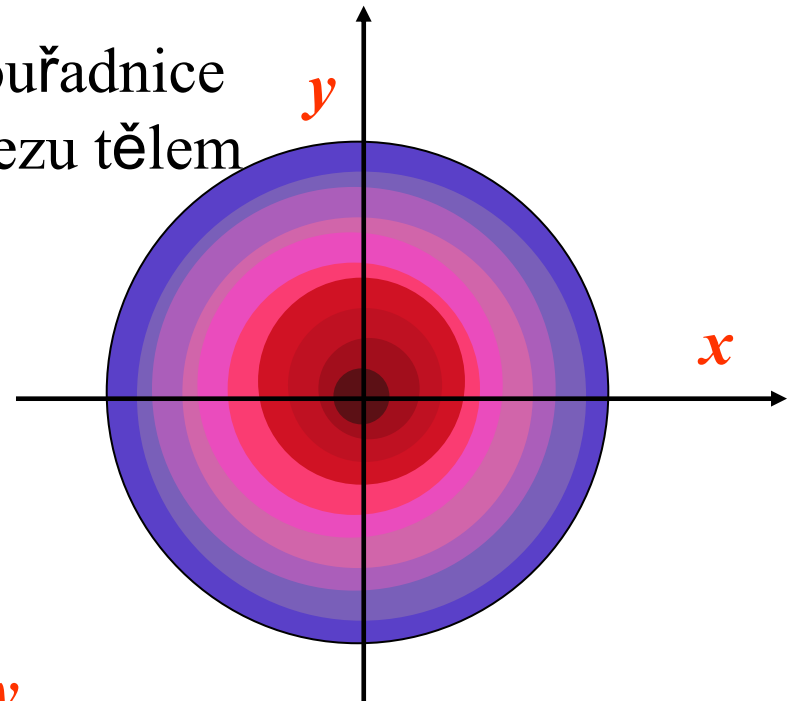
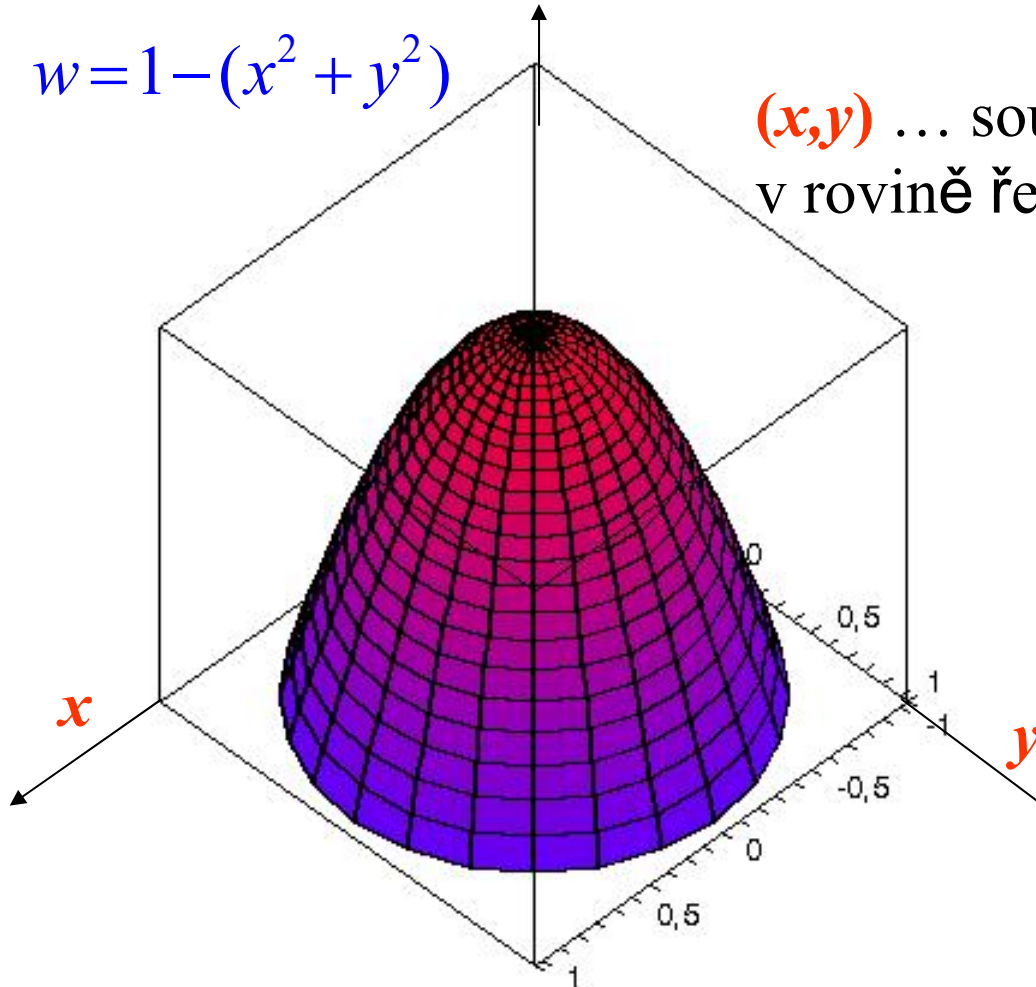
Vsuvka – funkce několika proměnných – II

Příklad funkce dvou proměnných

hustota tkáně v pomyslném řezu tělem (zviditelněná zobrazením CT)

$$w = 1 - (x^2 + y^2)$$

(x,y) ... souřadnice
v rovině řezu tělem

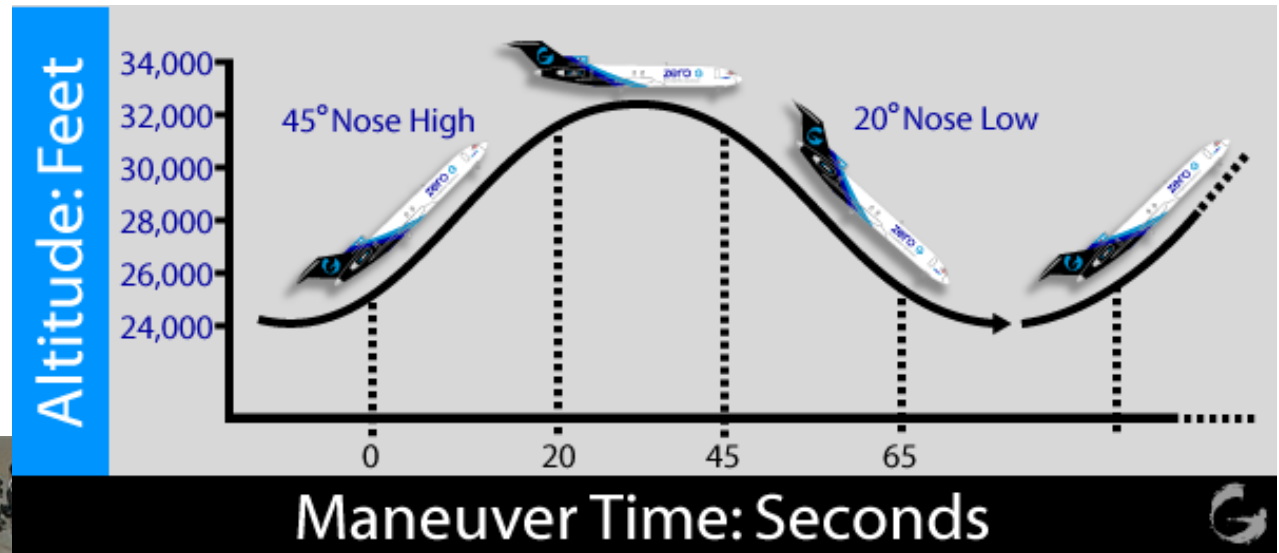


barva odpovídá jistému
rozmezí funkčních hodnot w ,
tj. hodnot hustoty tkáně

„Mezní“ pojmy - úroveň 2 až 3 - II

• Čtení grafů

- vyznáme se v grafických prezentacích závislostí?



- jak tento graf interpretovat?
- co je na něm „divné“?
- dokážeme určit tvar dráhy letadla v prostoru?

Elementární funkce - I

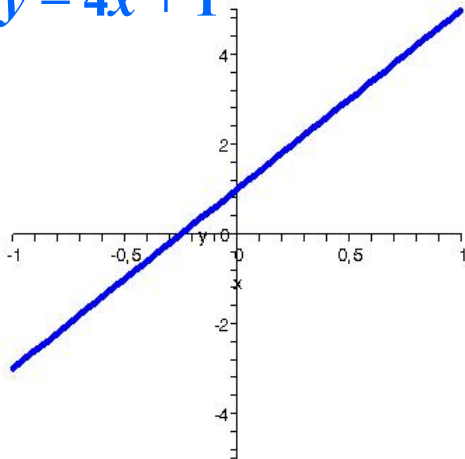
Polynomy (stupně n s reálnými koeficienty)

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \quad a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R}$$

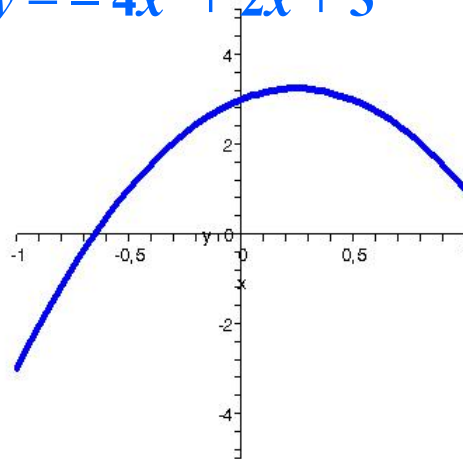
$n = 1$... lineární funkce $y = ax + b$

$n = 2$... kvadratická funkce $y = ax^2 + bx + c$

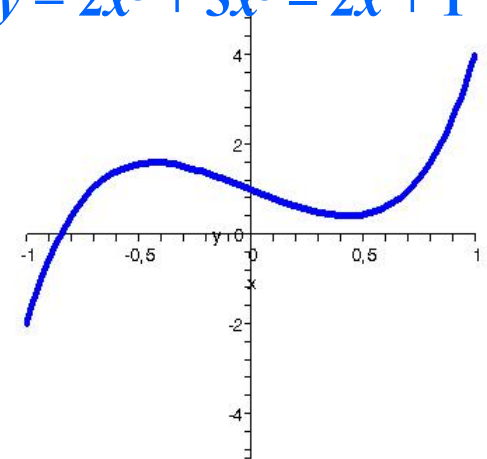
$$y = 4x + 1$$



$$y = -4x^2 + 2x + 3$$



$$y = 2x^5 + 3x^3 - 2x + 1$$



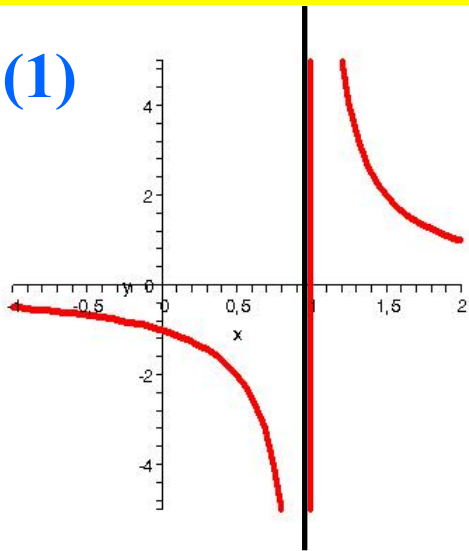
Elementární funkce - II

Racionální lomené funkce

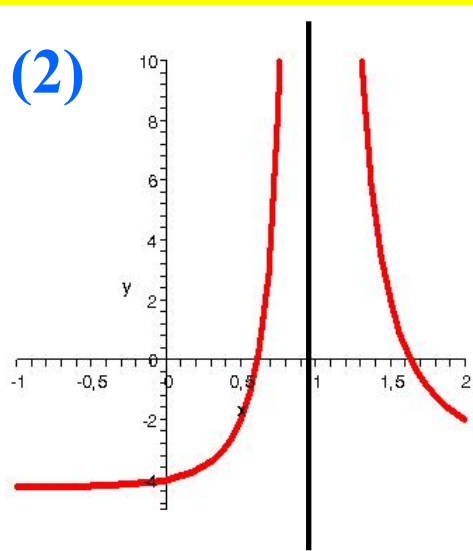
$$y = \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0},$$

$n = 0, m = 1 \dots$ nepřímá úměra $y = a(x - c)^{-1}$

(1)



(2)



$$(1) y = \frac{1}{x-1}$$

$$(2) y = \frac{-3x^2 + 8x - 4}{x^2 - 2x + 1}$$

Elementární funkce – III

Goniometrické funkce ... $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cotan x$

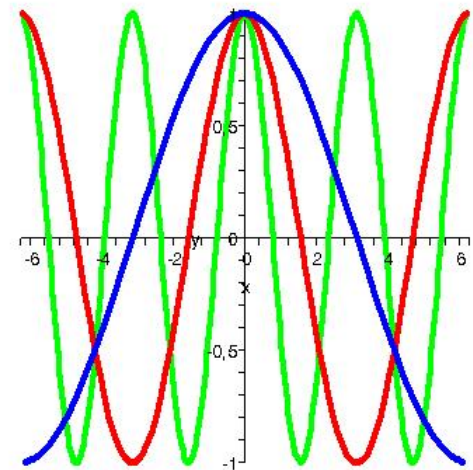
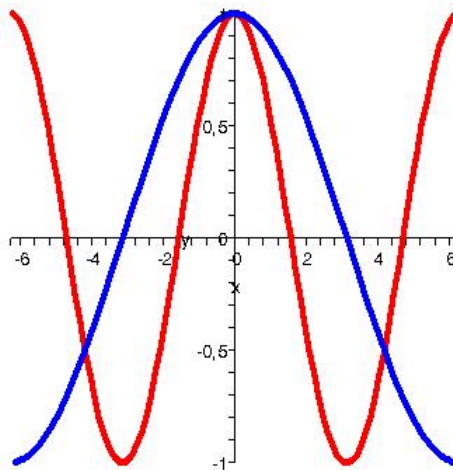
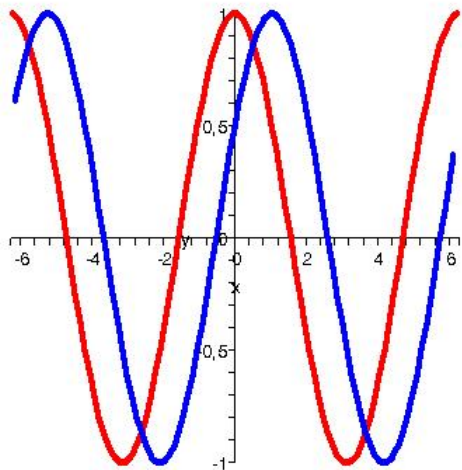
Připomeňte si dosud uvedené vlastnosti těchto funkcí.

Goniometrické funkce obecného lineárního argumentu $A = ax+b$

$$\cos x, \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\cos x, \cos \frac{x}{2}$$

$$\cos x, \cos \frac{x}{2}, \cos 2x$$



Elementární funkce - IV

Exponenciální a logaritmické funkce

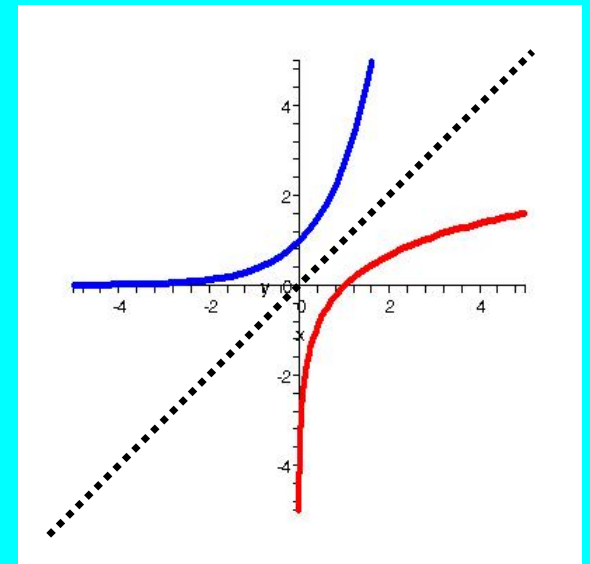
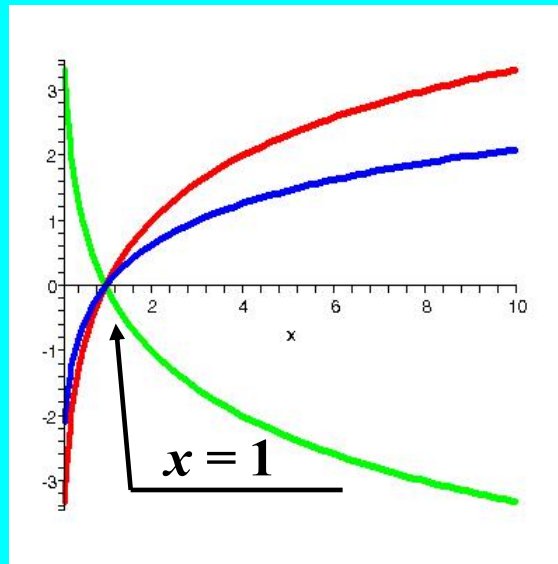
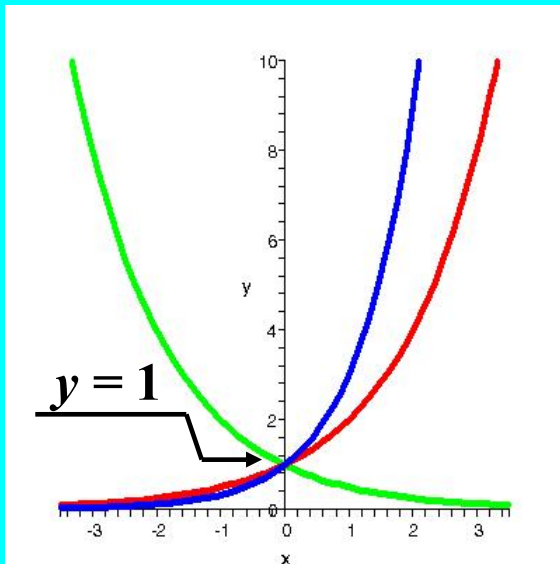
Umocnění pevného základu na hodnotu x a inverzní operace

$$y = z^x, \quad x = \log_z y, \quad z > 0, \quad z \neq 1$$

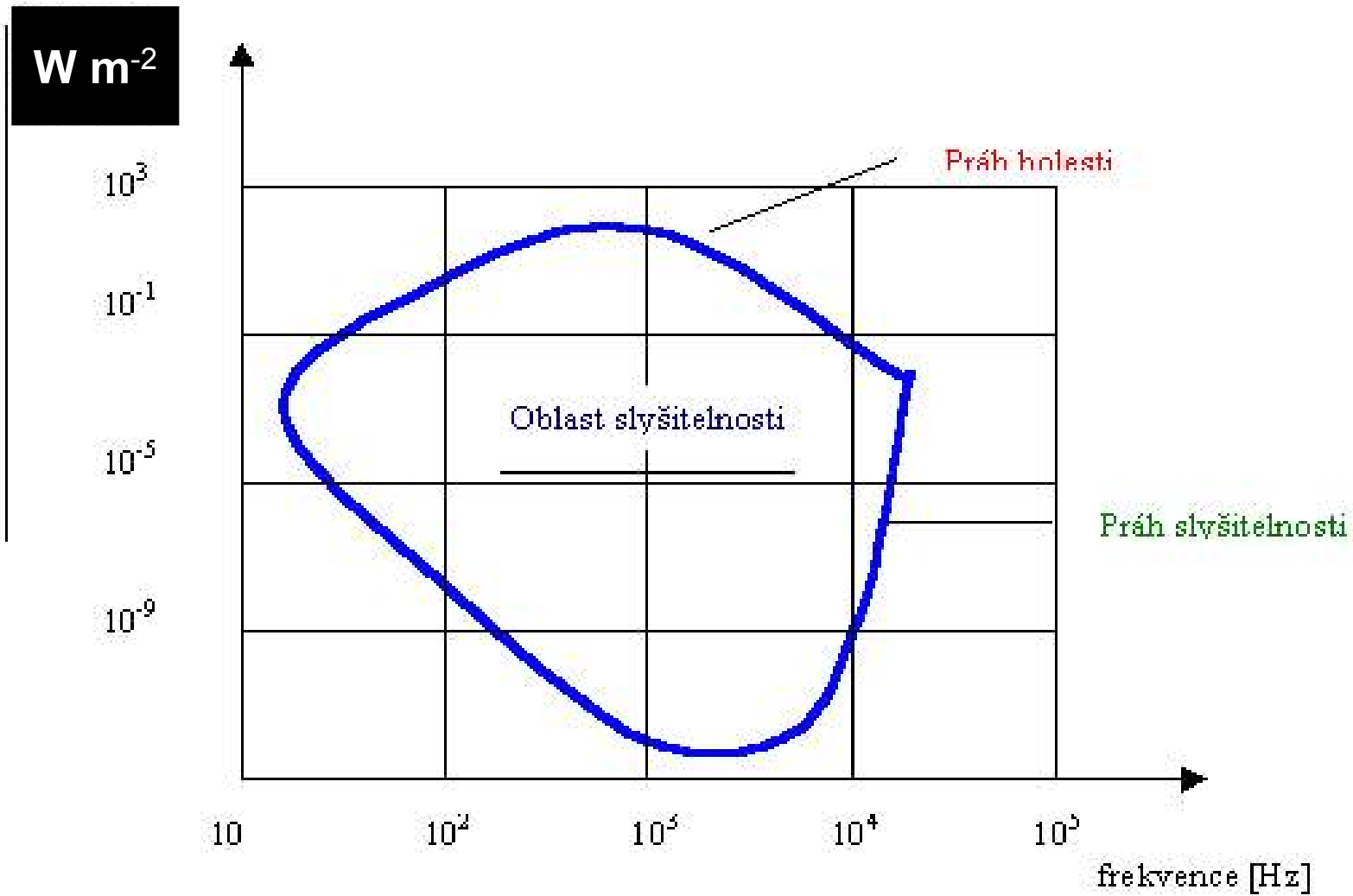
$$0,5^x, 2^x, 3^x$$

$$\log_{0,5} x, \log_2 x, \log_3 x$$

$$10^x, \log x$$



Citlivost ucha k frekvencím



„Mezní“ pojmy - úroveň 2 až 3 - III

• Praviděpodobnost

- je problémem na všech úrovních a hlavně v životě
- kdyby lidé rozuměli pojmu praviděpodobnost, nikdy by nesázeli sportku, ale také by nebrali vážně předpověď počasí

• Praviděpodobnost výhry ve Sportce

$$p = \frac{\text{počet případů příznivých}}{\text{počet případů možných}}$$

$$p = \frac{1}{\binom{49}{6}} = \frac{43!6!}{49!} = \frac{720}{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44} \doteq 7 \cdot 10^{-8} = 7 \cdot 10^{-6} \%$$

• Praviděpodobnost dlouhodobé předpovědi počasí 60%

„Mezní“ pojmy - úroveň 3 - I

- **Limita**

- názorné vysvětlení na konkrétních příkladech včetně numerické představy („nula dělena nulou“, ...)
- „epsilon-deltová“ definice, příklady, protipříklady, grafické prezentace, negace (kdy číslo L není limitou funkce v daném bodě),

- **Derivace**

- směrnice tečny ke grafu funkce
- rychlost tělesa (numerická ukázka limitního přechodu od průměrné rychlosti k okamžité)

- **Integrál**

- plocha pod grafem

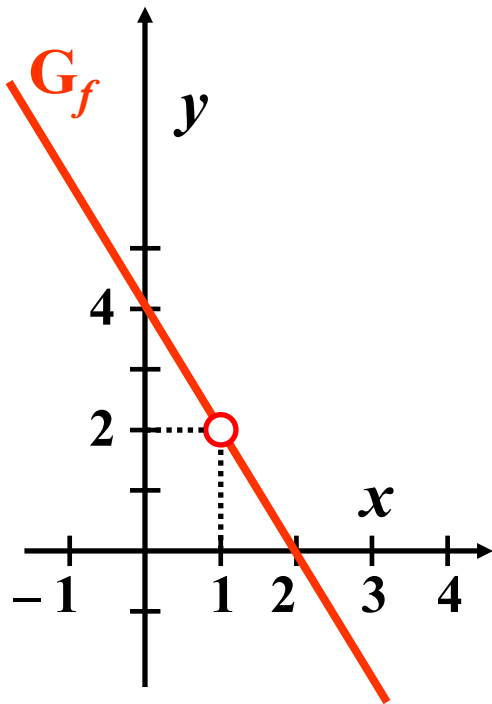


Jak se dělí nula nulou

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 4}{x - 1}, D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$f(x) = -2x + 4 \quad \text{pro } x \in D_f$$

„Pokus“ o dělení nulou

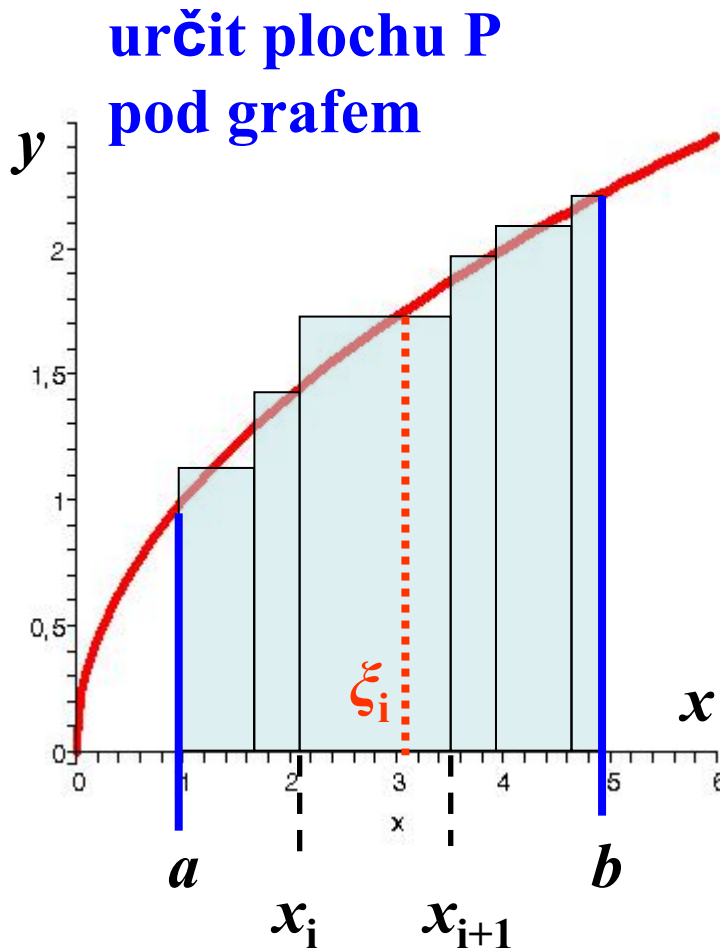


x	1,200	1,100	1,050	1,020	1,110	1,005	1,002	1,001
$f(x)$	1,600	1,800	1,900	1,960	1,980	1,990	1,996	1,998

x	0,800	0,900	0,950	0,980	0,990	0,995	0,998	0,999
$f(x)$	2,400	2,200	2,100	2,040	2,020	2,010	2,004	2,002

Co si myslíte o možnosti dělení nulou? Jde to provést, nebo se tomu lze za určitých podmínek „přiblížit“?

Problém plochy



dělení D intervalu $[a, b]$

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$$

norma dělení:

$$\nu(D) = \min \{x_{i+1} - x_i \mid i = 0, 1, \dots, n\}$$

$$P \doteq S(D) = \sum_{i=0}^n f(\xi_i)(x_{i+1} - x_i)$$

$$\lim_{\nu(D) \rightarrow 0} F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx$$

určitý integrál

„Mezní“ pojmy - úroveň 3 - II

- Znovu úměra - linearita ve dvou a třech rozměrech

- vektory, vektorové prostory
- lineární závislost a nezávislost systému vektorů
- lineární vztahy mezi fyzikálními veličinami (moment hybnosti a úhlová rychlost - moment setrvačnosti, indukce a intenzita elektrického pole - dielektrická permitivita,

- Proč je lineární algebra pro studenty obtížná?

- vícerozměrná linearita, obtížnost zobecnění lineární závislosti a nezávislosti vektorů, báze

$$\gamma^1 a_1 + \cdots + \gamma^k a_k = \mathbf{0}_{V_n}$$

- lineární zobrazení (jednoznačně určeno obrazy báze)

Projekt „Matematika s chutí“ - I

- Z médií

15. 2. 2012, Praha, denik.cz, K. Perknerová

- Do škol přichází projekt Matematika s chutí.
- Garantují ho přední české osobnosti.
- Už se na to nemůžeme dívat. Znalosti dětí klesají, zájem o matematiku se limitně blíží nule, jsme na tom nejhůř ze všech vyspělých zemí.
- Tohle si řekly vynikající mozky české vědy i průmyslu a vymyslely projekt Matematika s chutí.

Projekt „Matematika s chutí“ - II

• Cíle

- Projekt je uvážlivou reakcí na prokázané zhoršení výsledků povinného vzdělávání v matematice i na doložené velmi negativní postoje českých žáků k její výuce.
- K příčinám patří přílišné spoléhání škol na to, že žákům pomůžou rodiče, předčasná abstrakce ve výuce a především skutečnost, že běžná škola se sice snaží předat žákům řadu poznatků, ovšem metody výuky ignorují dovednosti, které jsou potřebné k jejich získávání.
- Výuka je zaměřena spíše na reprodukci a imitaci než na tvořivost žáka a na rozvoj jeho intelektu a osobnosti. Objevovat, klást si otázky a hledat na ně odpovědi se žáci nemůžou naučit tím, že budou sebezpozorněji sledovat výklad učitele. Učitel v nich musí vzbudit potřebu poznávat, musí je přivést k činnostem, při nichž si budou sami klást otázky a hledat na ně odpovědi, budou sami pátrat a objevovat

Projekt „Matematika s chutí“ - III

• Odborný realizační tým

- RNDr. Dana Straková, Ph.D., MFF UK (fyzika), nyní manažerské a poradenské funkce (poradkyně ministrů školství)
- Ing. Tomáš Jelínek, ČVUT, CERGE-EI nedokončil, manažerské funkce
- RNDr. Oldřich Botlík, CSc., MFF UK (matematika), nyní osoba samostatně výdělečně činná, soukromá projekt KALIBRO
- RNDr. David Souček, MFF UK (matematika, teorie strojů), nyní osoba samostatně výdělečně činná, KALIBRO, práce pro MŠMT, PČR,
- Simona Weidnerová, výkonná ředitelka ISEA, spoluautorka Bílé knihy, reformy, Věcného záměru zákona o finanční pomoci studentům
- Prof. PhDr. Petr Matějů, CSc., FF UK (sociologie) profesura MU, BK,..
- Doc. Ing. Daniel Munich, Ph.D., akademický ekonom, CERGE-EI, NERV, poradce EU v oblasti školství,

Projekt „Matematika s chutí“ - IV

• Třídní projekty - ukázka

- **Voda:** Světové vodní zdroje se zmenšují, cena vody stále roste. Sílí tak tlak na úspory a vůbec na lepší hospodaření s vodou. V rámci projektu využijeme jednoduchou matematiku, abychom si posvítili na to, jak jsme na tom u nás: kde vodou plýtváme a jak s ní můžeme lépe hospodařit.
- **Reklama kolem nás:** Na člověka údajně „zaútočí“ několik tisíc reklamních sdělení denně. Jakkoliv se toto číslo zdá neuvěřitelné, může si je každý snadno ověřit. Prosté počítání reklamních sdělení pak může být východiskem k uvažování o světě reklamy jako takovém, ke snaze vědomě uchopit a kategorizovat jednotlivé složky tohoto působivého součtu. Která sdělení jsou cílena přímo na mě? Na jaké mé vlastnosti reklama míří a jak mě ovlivňuje? Jaký by byl svět bez ní?

Projekt „Matematika s chutí“ - V

• Třídní projekty - další témata

- Pohyb (tachometry)
- Srovnávání (Finančník srovnává výnosnost různých investic. Zákazník hledá výrobky s nejlepším poměrem „cena/výkon“. Statik počítá síly působící na konstrukci, ...)
- Meteorologie (amatérská meteorologie, srovnávání dat z Internetu)
- Kniha rekordů
- Hry - taktika a strategie
- Energetika, obnovitelné zdroje (...Analyzujeme-li politické proklamace na toto téma za použití jednoduché matematiky, nalezneme zásadní rozpory...)
- Obchodník musí umět počítat (úlohy související se reálným světem)
- Disc-golf

Projekt „Matematika s chutí“ - VI

• Ještě jednou z médií - titulky

- Hravá matematika se firmám líbí, daly na ni už tři miliony korun.
- Recept podnikatelů: penězi podpoří dobré nápady učitelů.
- Stovka pedagogů bude učit matematiku jinak. Lepší výuku zaplatí podnikatelé.
- Matematika? Děti baví trpaslíci.
- Projekt Matematika s chutí - rozhovor s Petrem Matějů.
- Rozhovor s Davidem Součkem.

Literatura - I

- V. Obešlo: O logaritmicko- grafickém počítání I, II, III. Časopis pro pěstování matematiky a fyziky **45** (1916), 1 (81-99), 2 (241-283), 3 (475-486).
- V. Pleskot: O dvojitém logaritmickém papíru. Časopis pro pěstování matematiky a fyziky **64** (1935), 3 (R33-R39)
- Početnice pro měšť'anské školy chlapecké i dívčí III. Složili: J. Horčička a J. Nešpor. Schváleno výnosem C.K. Ministerstva osvěty a vyučování ze dne 11. září 1906 č. 22.580. Cena 1K6h. Nákladem J. Ottý v Praze 1907.

Literatura - II

- J. Musilová, P. Musilová: Matematika pro porozumění i praxi I. VUTIUM, Brno 2006 (2xx s.), 2009 (33X s.).
- J. Musilová, P. Musilová: Matematika pro porozumění i praxi II. VUTIUM, Brno 2012 (699 s.).

