

René Descartes a Bílá Hora
před 400 lety
Mezi algebrou a geometrií
Jak dělat vědu?

doc.RNDr. Alena Šolcová, Ph.D., FIT ČVUT v Praze



René Descartes

Svémi podněty přispěl
Descartes
k vývoji vědy a myšlení
po mnoho generací
až dodnes.

Výchova a vzdělání René Descarta

René Descartes, potomek šlechtického katolického rodu, se narodil 31. března 1596 ve francouzském městečku **La Haye**, které se dnes jmenuje Descartes.

Roku 1606 začal studovat na první francouzské jezuitské koleji v La Flèche. Zde se věnoval latině, matematice, klasickým studiím, přírodním vědám a scholastické filosofii.

Kvůli svému chatrnému zdraví byl zproštěn povinnosti vstávat o brzké páté hodině ranní.

Descartes trávil dopoledne obvykle na lůžku u kamen, kde se věnoval studiu, rozjímání a přemýšlení. Tento zvyk mu pak vydržel po takřka celý zbytek života.

Po ukončení studia v La Flèche absolvoval Descartes práva na univerzitě v Poitiers, praxi však nikdy neprovozoval.

Přátelství s Marinem Mersennem a vzpomínky na studia v koleji La Flèche

Během studia se seznámil s Marinem Mersennem, s nímž ho spojovalo přátelství po celý život.

O svém studiu Descartes píše:

- „Ve svých mladších letech studoval jsem z věd filosofických trochu **logiku** a z věd matematických **geometrickou analýzu** a **algebru**, tři umění či vědy, které, jak se zdálo, mohly prospěti poněkud mému cíli.
- Avšak, když jsem je rozebíral, zpozoroval jsem, že v logice její sylogismy a většina jejích ostatních nauk spíše se hodí k tomu, vykládat druhému věci známé, anebo, jako nauka Lullova, mluvit bez soudnosti o věcech neznámých, než jim porozumět.
- A ačkoli logika obsahuje vskutku mnoho pravidel velmi pravdivých a velmi dobrých, je mezi nimi přimíšeno tolik jiných buď škodlivých nebo zbytečných ...
- To bylo příčinou, že jsem pokládal za potřebné hledati nějakou metodu jinou, jež, majíc přednosti těchto tří, byla by prosta jejich chyb.“ (DESCARTES: Rozprava o metodě, 1637a, str. 23)

Životní obraty René Descarta

- V jeho životě se střídají období, kdy žije v naprostém ústraní a soustředění, s obdobími nestálým a dobrodružným.
- Po krátké době, kdy se účastnil pařížského společenského života, se uchýlil na dva roky do ústraní (ani jeho přátelé nevěděli, kde žije) a **věnoval se studiu matematiky.**
- Pak se **jako voják účastnil třicetileté války**, protože chtěl důkladně poznat svět. Sloužil ve vojsku bavorském i holandském.

Poté cestoval několik let po celé Evropě.

A znovu se stáhl do ústraní a

věnoval se téměř dvacet let vědecké práci.

Žil v Holandsku, kde se mu líbilo víc než v rodné Francii kvůli **vnější a vnitřní nezávislosti.**

Descartes a české dějiny

- **Přítomnost na Bílé hoře před 400 lety – 1620** ve vojsku Maxmiliána Bavorského
- **Setkání s Janem A. Komenským 1642 – „Rozmlouvali jsme spolu 4 hodiny...“**
- ***Pojednání o vášních duše*** (1650) pro princeznu Alžbětu, dceru českého „zimního krále“ Friedricha Falckého, s níž také diskutoval a dopisoval si s ní, věnoval jí své ***Základy filosofie***.



Podle svého prvního životopisce Bailleta se účastnil jako pozorovatel známé události na Bílé Hoře, označované jako bitva 8. listopadu 1620. V té době byl ve vojsku Maxmiliána Bavorského.

Regulae ad directionem ingenii

- Jako mladík se zabýval ***Pravidly k vedení rozumu.***
(Pravidla ke směřování mysli)
Hledal základní principy vědeckého poznávání.
Objevil 21 pravidel.
Vydáno 1684, 1701
- Později vydal ***Rozpravu o metodě,
jak správně vést svůj rozum a hledat pravdu ve vědách***
(v roce 1637)
s přílohami,
v nichž se věnoval **Dioptrice, Meteorům a Geometrii.**

Rozprava o metodě

O Descartově způsobu deduktivního uvažování
a jeho rozvoji se můžeme dozvědět především

v Rozpravě o metodě.

- **Jaká jsou 4 pravidla Descartovy metody?**
- Proč byla matematika důležitá v Descartově uvažování?
- Čím Descartes přispěl k matematice?

Jaká jsou pravidla Descartovy metody?

1. Za **evidentní (zřejmou) ideu máme považovat jen takovou, která je jasná** (tj. je přítomná, když ji nazíráme) a která **je zřetelná** (tzn. s ničím ji nesměšujeme).
2. Každou řešenou otázku máme rozdělit na co nejvíce částí.
3. Svoje myšlenky máme vyvozovat v náležitém pořadí, **postupovat od jednoduchých ke složitým**.
4. Máme **činit tak úplné výčty a tak obecné přehledy**, abychom si byli jisti, že jsme nic neopomenuli.

Podle Descarta je stejná metoda závazná pro všechny vědy (s požadavky evidence, analytičnosti, systematičnosti a úplnosti). Pracoval na vytvoření obecné vědy ***Mathesis universalis***, která by racionálně, analyticky a soustavně **shrnovala v jednom systému všechny poznatky o světě.**

Počátky Descartova matematického zkoumání

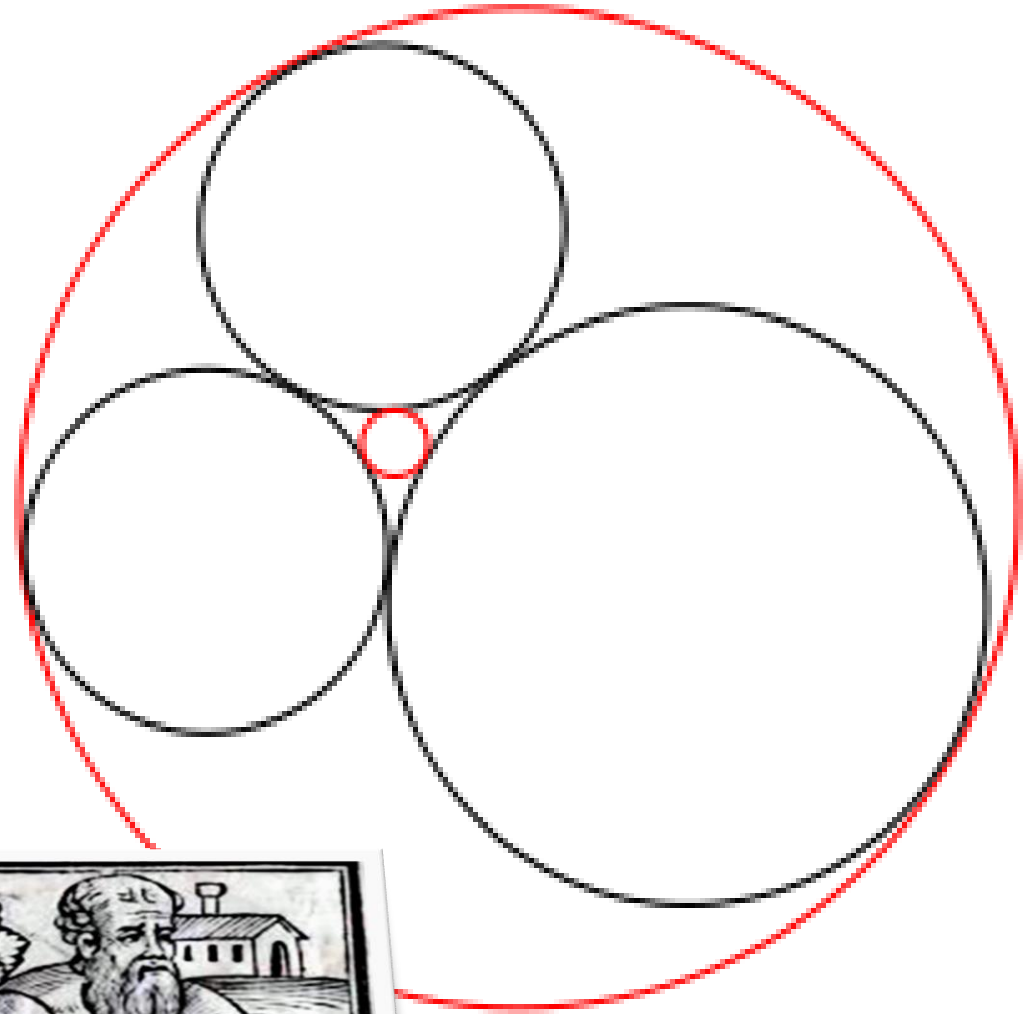
Konstrukce křivek a řešení geometrických problémů

Inspirace Appoloniem a Pappem
Geometrická analýza a algebra

- **Příloha k Rozpravě o metodě:**
La Géométrie (1637)
 - První kniha: Descartova Geometrická analýza
 - Druhá kniha: Klasifikace křivek a geometrická syntéza
 - Jaké jsou záměry a meze Descartova geometrického kalkulu?

Descartovo algebraické řešení Apolloniovy úlohy

- Dané kružnice (černé) se dotýkají vně.
- Jestliže mají dané kružnice poloměry r_1, r_2, r_3 , pak poloměr čtvrté kružnice lze vyjádřit:
- $$\frac{1}{r_4} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \pm 2\sqrt{\left(\frac{1}{r_1 r_2} + \frac{1}{r_2 r_3} + \frac{1}{r_3 r_1}\right)}.$$
- Všimněte si, že existují dvě řešení problému (kružnice v červené barvě).
- **Descartova věta**
- **Apollonios z Pergy** - byl též zván „Velký geometr“. Byl vrstevníkem Archiméda, ale spíše s ním polemizoval. Vydal se jinou cestou než on, navázal na **Eukleida a eleatskou školu**.



Analytická geometrie

René Descartes spolu s Pierrem Fermatem patří mezi zakladatele analytické geometrie, tj. použití algebraických metod v geometrii.

Zahájil tím číselné zkoumání geometrických tvarů.

S tím souvisí i zavedení tzv. kartézské soustavy souřadnic.

Podstatně také zlepšil symboliku zápisů rovností a rovnic.

Přispěl k vývoji terminologie a symboliky.
 $aa \dots a^2, a^3 \dots$ Místo „ ∞ “ dnes píšeme „ $=$ “.

Kartézský souřadnicový systém

- Každý bod je v kartézských souřadnicích znázorněn uspořádanou dvojicí čísel, vzdáleností od počátku.
- Přímka je znázorněna rovnicí, např. $x = y$, tj. přímka, která svírá s osami v pravoúhlé soustavě úhel 45°
- Rovnice vyšších řádů znázorňují křivky, např. $x^2 + y^2 = 4$ znamená kružnici o poloměru 2 se středem v počátku souřadné soustavy.

Osy podle Descarta nutně nemusí svírat pravý úhel, za to vděčíme jeho vrstevníkovi Fermatovi.



Kartézský souřadnicový systém $A \times B$

Descartův souřadnicový systém vytvořil spojení mezi algebrou a geometrií. Geometrické tvary, například kruhy, lze nyní popsat algebraicky pomocí souřadnic bodů, které tvoří tvary.



Aplikace v teorii množin, teorii kategorií, teorii grafů,
Myšlenka šachové hry. Popis čoček v optice.

Descartovy mechanické křivky

Descartes ve své *Geometrii* rozdělil křivky na dva typy:

- **geometrické křivky** (dnes algebraické)
- **mechanické křivky** (dnes transcendentní)

- **Proč právě mechanické?**

Řekové je definovali pomocí jistého hypotetického mechanismu.

Příklad:

epicykly (pomocí pohybu jednoho kruhu po druhém)

Další transcendentní křivky: tautochróna, brachistochrona a řetězovka vedly k počátkům **variačního počtu**.

Kartézský součin

- **Kartézský součin dvou množin A a B** - obvykle označovaný $A \times B$ - je množina všech uspořádaných dvojic (x, y) takových, že $x \in A$ a $y \in B$:

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A \ \& \ y \in B\}$$

- Příklad: Jestliže $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$, pak $A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$

Pozor! Kartézský součin není komutativní.

$$A \times B \neq B \times A$$

Descartovo pravidlo pro počet kladných kořenů polynomické rovnice

**Pravidlo závisí na počtu změn „+“ a „-“
v polynomu.**

**Nedává řešení polynomické rovnice, ale dává
informaci o počtu kladných a záporných kořenů
polynomu.**

- Např.: $x^5 + x^4 - 2x^3 + x^2 - 1 = 0$

Najdeme 3 změny ve znaménku.

Descartovo pravidlo stanoví, že počet kladných kořenů nemůže být větší než počet znaménkových změn (ale může jich být méně).

Pravidlo lze aplikovat na záporné kořeny substitucí „-x“ za „x“ .



DESCARTES' RULE OF SIGNS

$$f(x) = x^3 \overset{+ \text{ to } -}{-} 4x^2 \overset{- \text{ to } +}{+} 3x \overset{\text{no variation}}{+} 8$$

2 POSITIVE REAL ROOTS

Let's try the concept of **sign change**...

$$f(-x) = -x^3 \overset{\text{no variation}}{-} 4x^2 \overset{\text{no variation}}{-} 3x \overset{- \text{ to } +}{+} 8$$

1 NEGATIVE REAL ROOT



$$x^3 - 4x^2 + 3x + 8 = 0$$

Pro $x = -1$

$$f(x) = (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 8 = 0,$$

tedy

$$(x^3 - 4x^2 + 3x + 8)/(x + 1) = x^2 - 5x + 8,$$

a kořeny tohoto polynomu jsou **komplexní**.

Samostatně vyřešte

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$$

(Podle Descartova pravidla má rovnice nejvýše jeden kladný kořen.)

DESCARTES' RULE OF SIGNS

Let's try the concept of sign change...

$f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 8$
 + to - - to + no variation
 2 POSITIVE REAL ROOTS

$f(-x) = -x^3 - 4x^2 - 3x + 8$
 no variation no variation - to +
 1 NEGATIVE REAL ROOT

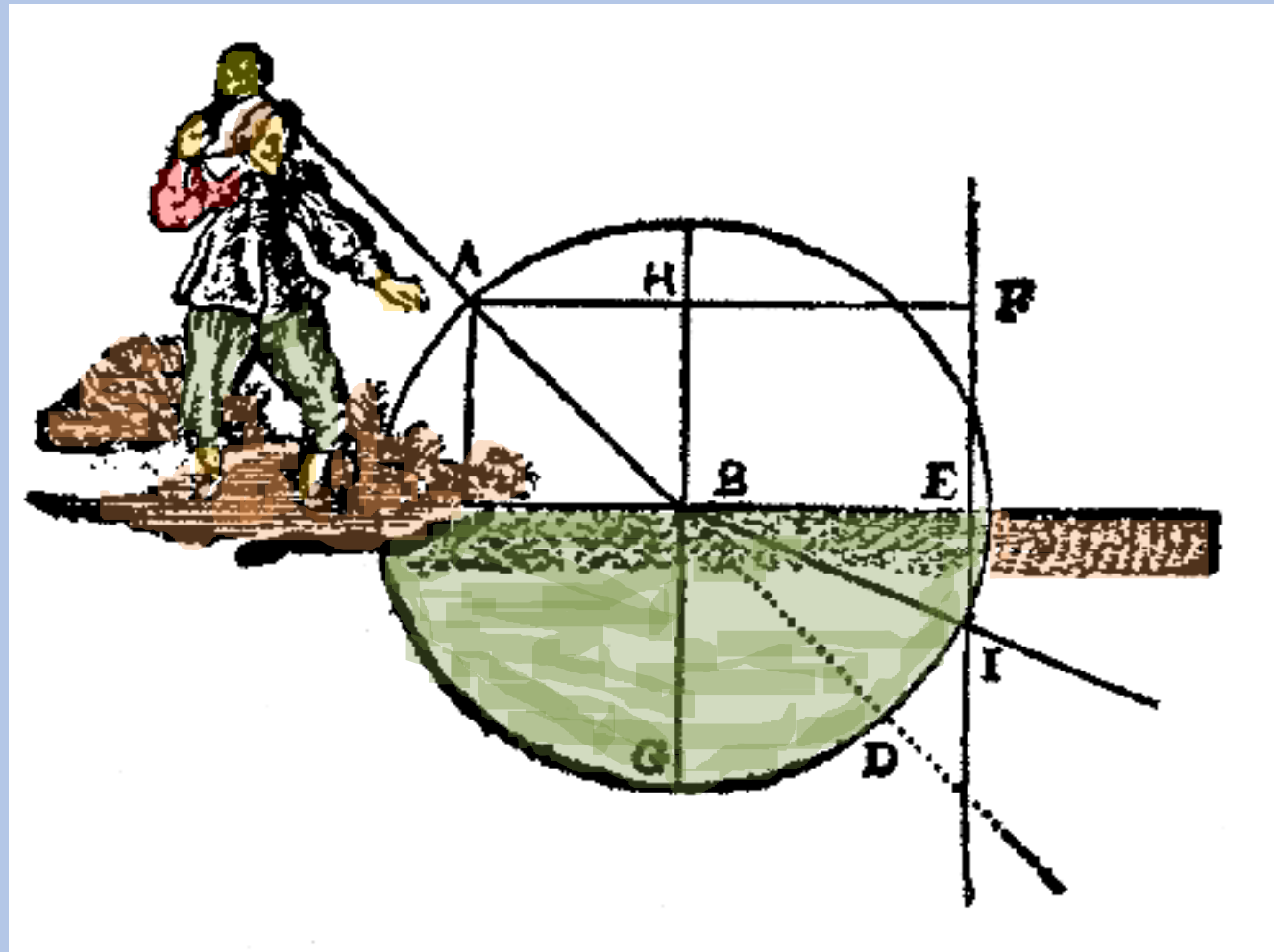


Zákon lomu

Kvantitativní formulace **zákona lomu** je spojena se nizozemským astronomem a matematikem **Willebrordem Snelliem (1591-1626)** a **René Descartem (1596-1650)**.

Fermatův princip nejkratšího času.

Descartovo zkoumání a Snelliův zákon lomu

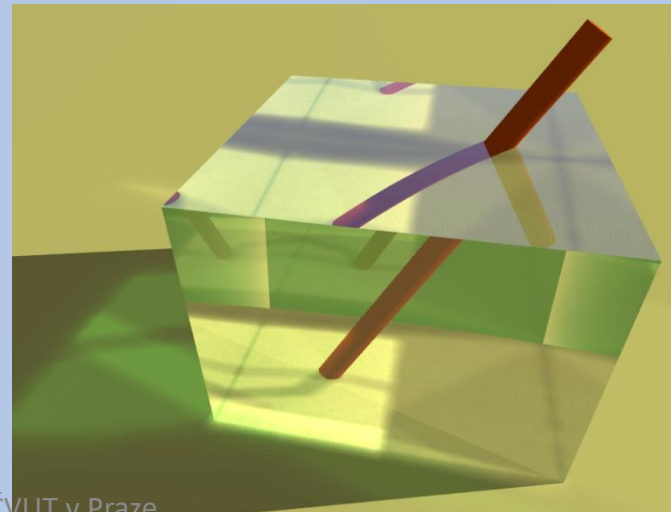
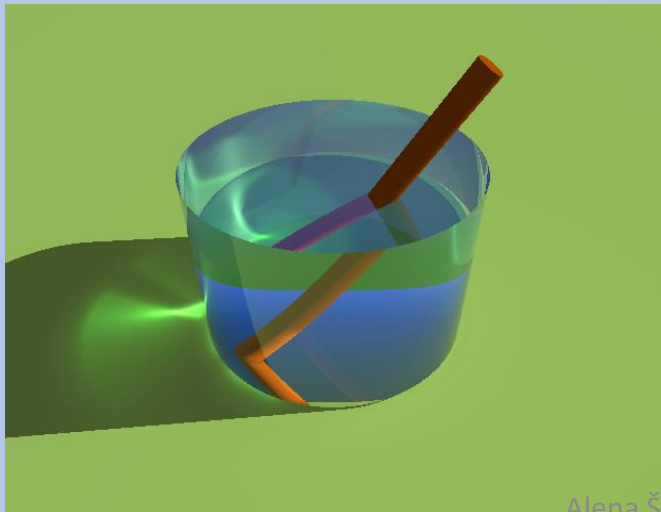


Světlo se šíří různými materiály různě. Descartes v *Geometrii* a později v *Optice*.

Pierre de Fermat (1601-1667)

Fermatův princip $\longrightarrow \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$

$$J = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{ds}{v} = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{n}{c} d\sigma = \frac{1}{c} \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} n(x, y, z) \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} d\sigma$$



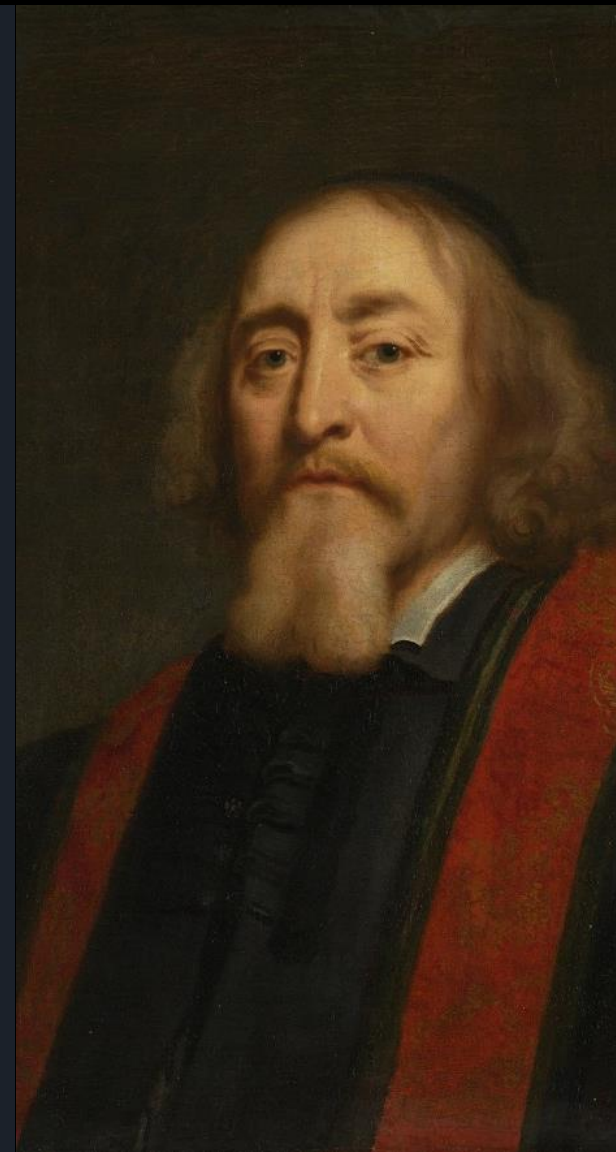
Počátky
variačního počtu



Setkání s Janem Amosem Komenským v Nizozemí

- Rozmlouvali spolu 4 hodiny
- Odlišné názory

Když studoval Komenský na univerzitě v Heilbronnu a Heidelbergu, nezabýval se geometrií.



Rozum – přirozený dar člověka a jeho uplatnění

Descartes pevně věřil,
že rozum je přirozeným darem člověka

a že skutečné poznání nelze přímo
získat
jen z knih,
ale **především metodickým
uplatněním rozumu.**



Poslední dny

- V únoru 1649 obdržel Descartes pozvání do Stockholmu od mladé královny Kristiny, tam se v září téhož roku vypravil.

Švédské podnebí mu však nesvědčilo a již 11. února 1650, tedy přibližně po půl roce pobytu, umírá na zápal plic.

- Pochován byl nejprve ve Švédsku a roku 1667 byly jeho ostatky převezeny do Francie.

Dnes je jeho tělo pochováno **v kapli katedrály Saint Germain-des-Prés v Paříži.**

Víte, že ...

Církev zařadila Descartovy spisy
na **Index zakázaných knih.**

Dekretem Svatého oficia ze dne 10. října
1663 byla na *Index* zařazena práce
Meditationes de prima philosophia

a dalšími dekry ze dne 20. listopadu 1663
a ze dne 22. května 1720 další spisy.

RENÉ DESCARTES

„Cogito, ergo sum.“
Myslet, pochybovat
a hledat důkazy pro hypotézy.

Narozen:

31. března **1596**, La Haye
(dnes **Descartes**), Francie

Úmrtí:

11. února **1650**
Stockholm, Švédsko