



MASARYKOVA UNIVERZITA

Výuka matematiky

a přesnost
matematického vyjadřování

Jana Musilová

Osnova příspěvku

- ❑ **Přesnost matematického vyjadřování z hlediska cílové skupiny, zaměření vzdělávání, způsobu výuky a výukových materiálů, ...**
- ❑ **Přesnost matematického vyjadřování z hlediska testování a hodnocení v matematice, uzavřené a otevřené úlohy, literatura u testu – ano či ne?**

Přesnost matematického vyjadřování

Cílové skupiny matematického vzdělávání

základní škola první stupeň (nebo MŠ ?)

co má „tvar válce, jehlanu, kužele“ (co je válec, kužel, ..., se naučí na předmětech, které tak zvenku vypadají)



Cílové skupiny matematického vzdělávání

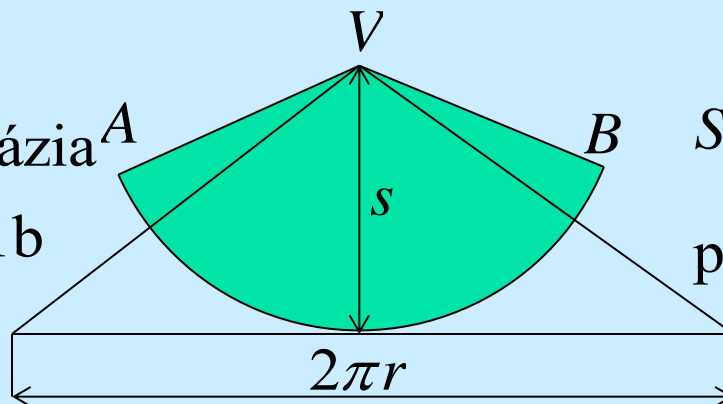
základní škola druhý stupeň

podstava, výška, objem, ... základní vzorce, dosazení do nich

střední škola: od prvního roku až k maturitě

objem, povrch, **plášť??**, síť, řezy ... složitější, praktické výpočty

Matematika pro gymnázia
Stereometrie, Obr. 191b



$$S_p = \pi r s = \frac{1}{2} (2\pi r) \cdot s$$

proč právě takto?

vysoká škola

algebraický popis a klasifikace, nebo nic – dle typu vzdělávání

Zaměření matematického vzdělávání

☒ **středoškolské: příklad – logaritmus, stereometrie**

humanitní versus přírodovědné, stereometrie ano,
logaritmus nelze v obecnosti

☒ **vysokoškolské: příklad – logaritmus, limita**

humanitní – vůbec

ekonomické, technické – názorně, rutinní výpočty

přírodovědné, lékařské – prakticky a názorně, grafy (\exp
a \ln nelze vyložit korektně)

fyzika, matematika – epsilon-delta definice, primitivní
funkce k $1/x$ a inverzní, přesné definice, důkazy

Výuka a výukové materiály

učebnice: matematické a teoretické fyzikální obory

striktně přesné vyjadřování, systém DVD a jeho úskalí

učebnice: fyzikální a technické obory, některé přírodovědné obory

$$pV = RT \Rightarrow p = \frac{R}{V} T$$

přesné vyjadřování, alternativa k DVD: „výuka na příkladech“ (motivace k zavedení pojmů, ilustrace, „odvození“ jako důkaz místo „umělých“ důkazů, protipříklady, aplikace)

přednáška, ppt prezentace, ...

stručnější a volnější(?) vyjadřování, s odkazem na psané texty

testy, zkoušky (samostatný problém)

přesné a úplné vyjadřování v zadání úloh je nezbytné

Příklad z fyziky: rychlost

➤ rychlost

vektor – velikost a směr ; průměrná, okamžitá, obvodová

„standardní“ význam

velocity vs speed, *velocité* vs *vitesse*, rychlost vs její velikost

„standardně“: automobil jede rychlostí 100 km/h (= velikost)

➤ přednáška

mírná „nepřesnost“ nemusí vadit, je-li jasný kontext

➤ testy

Vzdálenost míst X a Y je 500 km. Automobil jede stálou rychlostí 100 km/h. Jak dlouho pojedete z X do Y ?

a) 4 h., b) 4,5 h., c) 5 h., d) více než 5 h., e) jinou dobu

Testování a hodnocení v matematice, literatura u zkoušky?

Typy testových úloh

Radek Schindler a kol.: Rukověť autora testových úloh.

Cermat, 2006

☒ **Uzavřená s jednou resp. více správnými odpověďmi**

V úlohách uzavřených je žákovi nabízeno několik alternativ, z nichž žák vybírá jednu (v některých případech i více než jednu) správnou.

☒ **Otevřená**

Otevřené úlohy vyžadují, aby žák sám odpověď vytvořil. Odpověď může být slovo, číslo, výpočet, jedna věta nebo i delší text.

Uzavřené úlohy

➤ Výhody

- lze jednoznačně rozhodnout, zda je odpověď správná, nebo nesprávná
- **automatizované vyhodnocení**
- nezávislé na žákových formulačních schopnostech
- vhodné pro žáky, kteří mají potíže s formulací nebo pomaleji píší

➤ Nevýhody

- **dovednosti produktivní povahy se jimi nedají testovat vůbec**
- znevýhodňují nepozorné žáky, ale i žáky hloubavé (hledají „chyták“)
- existuje jistá pravděpodobnost uhodnutí odpovědi, snadněji se opisuje
- **nelze vysledovat myšlenkový postup, kterým se žák dobral k řešení**
- **vytvoření dobré uz. úlohy není snadná záležitost**, odhalení nedostatků nemusí být zjevné ze žákovských odpovědí, vyžaduje hlubší analýzu.
- učitelská veřejnost je k nim skeptická, ve výuce se používají málo

Otevřené úlohy

➤ Výhody

- dovednosti produktivní povahy lze testovat výhradně otevřenými úlohami
- žáci prokáží, že znají a umějí používat odbornou terminologii
- lze poznat, zda žáci porozuměli zadání, zda byla úloha konstrukčně chybná, apod.

➤ Nevýhody

- vyžaduje naprosto jasné a jednoznačné zadání, aby se předešlo mylným interpretacím
- je obtížnější zajistit objektivní hodnocení
- komunikačně slabší žáci jsou v nevýhodě
- náročné a pracné stanovení jasných kritérií hodnocení
- hodnocení je časově a personálně náročnější, digitalizace a automatické hodnocení jsou prakticky vyloučeny

Úlohy z matematiky

☒ uzavřená

- má být formulována tak, aby nevyžadovala kompletní řešení úlohy, ale umožnila vyloučení chybných odpovědí, resp. stanovení správné odpovědi na základě porozumění problému
- je citlivá na přesnost a úplnost zadání (opravující nemá možnost sledovat myšlenkový postup řešitele)

☒ Otevřená

- vyžaduje samostatné řešení s podrobným zápisem umožňujícím sledovat myšlenkový postup řešitele a identifikaci případných chyb
- přesnost a úplnost zadání je rovněž podstatná, chybnou interpretaci zadání řešitelem lze při opravě zohlednit

Úlohy z matematiky

☒ uzavřená

- má být formulována tak, aby nevyžadovala kompletní řešení úlohy, ale umožnila vyloučení chybných odpovědí, resp. stanovení správné odpovědi na základě porozumění problému
- je citlivá na přesnost a úplnost zadání (opravující nemá možnost sledovat myšlenkový postup řešitele)

Patří vůbec uzavřené úlohy
do matematických testů?

Katalog

- ... požadavků zkoušek společné části maturitní zkoušky platný od školního roku 2014/2015 – Matematika
- ... požadavků pro nepovinnou zkoušku profilové části maturitní zkoušky ze sš matematiky – Matematika+
- **Stereometrie – Tělesa**
 - charakterizovat jednotlivá tělesa, vypočítat jejich objem a povrch (krychle, kvádr, hranol, jehlan, rotační válec, rotační kužel, komolý jehlan a kužel, koule a její části);
 - užít polohové a metrické vlastnosti v hranolu (??);
 - využít poznatku o tělesech v praktických úlohách.

Příklady testových úloh

Uzavřená

Na polici stojí akvárium. Tloušťka jeho skel je 5 mm. Celý vnitřní prostor akvária tvaru krychle vyplní voda o objemu 27 litrů.

Jakou plochu akvárium na polici zabírá?

A) 30 dm², B) 90 dm², C) 900 cm², D) 930 cm² E) 961 cm²

Otevřená

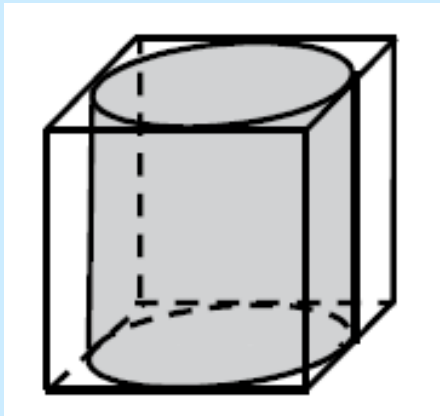
Silničáři opravují cestu. Používají silniční válec s průměrem 120 cm a šířkou 1,75 m. Vypočtete s přesností na m² obsah plochy, kterou válec uválí za pět otočení.

$$S = 5 \text{ krát obsah pláště válce} = 5(\pi d)h = 5 \cdot 3,14 \cdot 1,20 \cdot 1,75 \doteq 33 \text{ m}^2$$

Příklady testových úloh

❖ Proč uzavřená?

Do krabice tvaru krychle je vložen válec o objemu 570 cm^3 . Válec se dotýká všech stěn krabice. Jaká je výška válce zaokrouhlená na desetiny cm?



- A) menší než 8,4 cm
- B) 8,5 cm
- C) 8,7 cm
- D) 9,0 cm
- E) větší než 9,1 cm

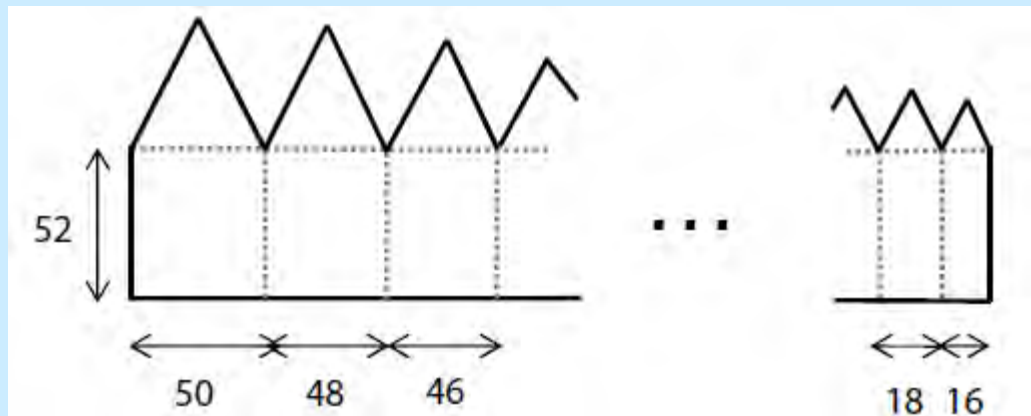
$$R = \frac{v}{2}, V = \frac{\pi v^2}{4} \cdot v, v = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 570}{\pi}} \doteq 9,0$$

Příklady testových úloh

Proč uzavřená?

Souvislý rovinný obrazec se skládá z několika „domečků“ tvořených vždy obdélníkem a rovnostranným trojúhelníkem. Šířka prvního obdélníku je 50 cm, každý následující obdélník je o 2 cm užší. Poslední obdélník má šířku 16 cm. Všechny obdélníky mají délku 52 cm. Rozměry v obrázku jsou uvedeny v cm. **Jaký je obvod celého obrazce?**

- A) 1 688 cm
- B) 1 735 cm
- C) 1 784 cm
- D) 1 886 cm
- E) jiný obvod



$$a_n - a_1 = d(n-1) \Rightarrow n = 18, \quad o = 3 \cdot \frac{a_1 + a_{18}}{2} \cdot 18 + 2 \cdot 52 = 1886$$

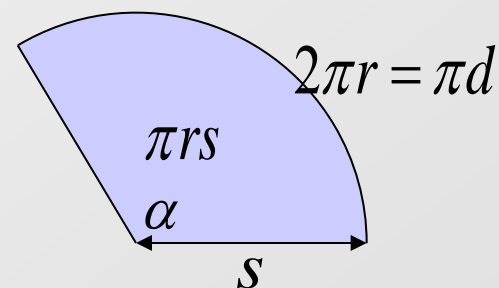
Příklady testových úloh

Proč uzavřená? Co testuje?

Papírová čepice má tvar rotačního kužele. Po straně je slepena lepicí páskou. (Okraje papíru jsou k sobě přiloženy a v místě lepení se nepřekrývají.) Osovým řezem kužele je rovnostranný trojúhelník s délkou strany 16 cm.

Kolik cm^2 papíru je použito na čepici?

A) $96\pi \text{ cm}^2$, B) $128\pi \text{ cm}^2$, C) $192\pi \text{ cm}^2$, D) $256\pi \text{ cm}^2$, E) jiný počet



$$S = \pi s^2 \frac{\alpha}{2\pi}, \alpha = \frac{\pi d}{s}, d = s, \alpha = \pi, S = \frac{1}{2} \pi \cdot s^2 = 128\pi, \text{ nebo } S = \pi r s = \frac{1}{2} \pi s^2 = 128\pi$$

... a ještě jedna „aplikační“

➤ Proč vůbec zařazena? Katalog Matematika+

Závislost hmotnosti m radioaktivní látky na čase t při její radioaktivní přeměně je dána vzorcem $m = m_0 \cdot 0,5^{t/T}$, kde m_0 značí počáteční hmotnost látky v čase $t = 0$ a T je tzv. poločas přeměny (doba, za kterou se m_0 zmenší na polovinu). Poločas přeměny radionuklidu jodu ^{131}I je 8 dní.

Jaká je hmotnost zbylého radionuklidu za 5 dní, jestliže $m_0 = 0,1$ g?

A) 0,65 g, B) 65 mg, C) 6,5 mg, D) 0,65 mg, E) 0,065 mg

$t = 0 \dots 0,1 \text{ g} = 100 \text{ mg}$, $t = 8 \text{ dní} \dots 50 \text{ mg}$

z odpovědí jediná možná je B) ... a zcela bez matematiky